

Querschnittsmodul Lineare und nichtlineare Systeme (LNS) Sommersemester 2023

Dr. Dieter Weninger
FAU Erlangen-Nürnberg, Lehrinheit Mathematik - Data Science

Erlangen, 24.01.2023

Grundlegende Informationen

- Titel: Querschnittsmodul Lineare und nichtlineare Systeme (LNS)
- Umfang der Lehrveranstaltung: 10 ECTS
- Verwendbarkeit: Als Querschnittsmodul in den Studiengängen Bachelor Mathematik, Technomathematik und Wirtschaftsmathematik oder als Vorlesung der angewandten Mathematik
- Dozent/Kontakt: Dr. Dieter Weninger, dieter.weninger@fau.de
- Empfohlene Vorkenntnisse: Lineare Algebra I/II, Analysis I/II, Lineare und Kombinatorische Optimierung

Vorlesungen und Übungen

Vorlesungen:

- Dienstag 8:00 - 10:00, Raum: Übung 5 / 01.254-128
- Donnerstag 10:00 - 12:00, Raum: Übung 5 / 01.254-128

Übungen:

- Mittwoch 14:00 - 16:00, Raum: 04.363 Seminarraum Mathematik
- Donnerstag 12:00 - 14:00, Raum: Übung 1 / 01.250-128

Tafelübung:

- Donnerstag 9:15 - 10:00, Raum: Übung 5 / 01.254-128

Literaturhinweise

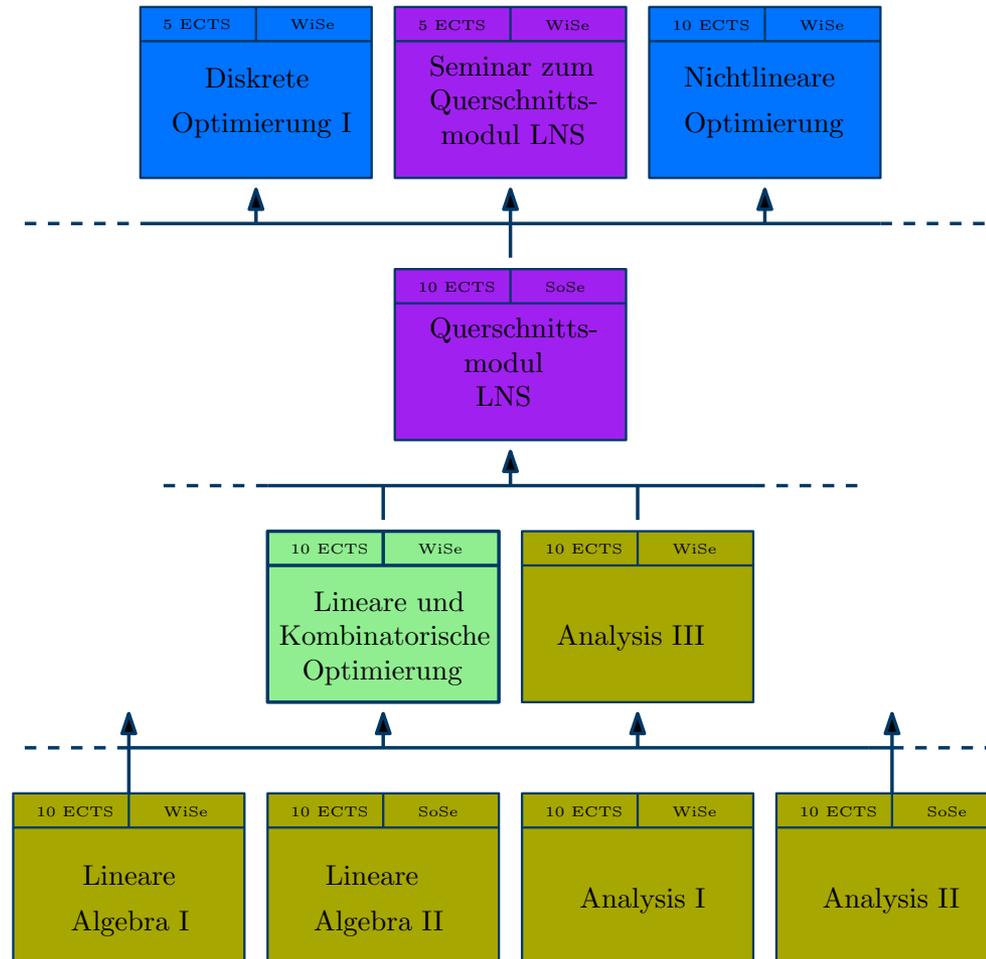
- Vorlesungsskript wird über StudOn bereitgestellt
- M. Ulbrich, S. Ulbrich: Nichtlineare Optimierung
- J. Nocedal, S. J. Wright: Numerical Optimization
- L. A. Wolsey: Integer Programming
- P. Belotti et al.: Mixed-integer Nonlinear Optimization

Lernziele

Die Studierenden

- erkennen und analysieren selbstständig lineare und nichtlineare Systeme bzw. Optimierungsprobleme,
- erläutern verschiedene algorithmische Grundprinzipien und wenden diese zielorientiert an,
- stellen Verknüpfungen zwischen algebraischem und analytischem Wissen her,
- werden an aktuelle Forschungsthemen der gemischt-ganzzahligen linearen und gemischt-ganzzahligen nichtlinearen Optimierung herangeführt und
- bekommen eine Orientierungshilfe für weiterführende Module der Optimierung.

Auszug Studienverlauf



Inhalt

1. Iterationsverfahren für lineare und nichtlineare Systeme
(z.B. Fixpunktsatz von Banach)
2. Grundbegriffe der Optimierung
(z.B. Konvexität, Optimalitätskriterien)
3. Innere-Punkte-Verfahren für lineare und nichtlineare Optimierungsprobleme
(z.B. Primal-Duale-Verfahren)
4. Gemischt-ganzzahlige lineare Optimierung (MIP)
(z.B. Branch-and-Cut, Heuristiken)
5. Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung (MINLP)
(z.B. Outer-Approximation, Spatial Branch-and-Bound)

Gemischt-ganzzahlige nichtlineare Optimierung

Ein MINLP hat die Form

$$\begin{aligned} \min_{x,y} \quad & f(x, y) \\ \text{s.t.} \quad & g(x, y) \leq 0, \\ & x \in X \subseteq \mathbb{Z}^p, \\ & y \in Y \subseteq \mathbb{R}^n, \end{aligned} \quad (1)$$

mit $f : (X, Y) \rightarrow \mathbb{R}$, $g : (X, Y) \rightarrow \mathbb{R}^m$.

Mit (1) lassen sich viele Problemstellungen modellieren, da gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsprobleme (MIP), nicht-lineare Optimierungsprobleme (NLP) und lineare Optimierungsprobleme (LP) als Spezialfälle enthalten sind.

Wir wollen uns in LNS anschauen, wie man einschlägige Probleme als LP, NLP, MIP und MINLP modellieren und anschließend lösen kann.

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} \quad & x_1 + x_2 \\ & 8 \cdot x_1^3 - 2 \cdot x_1^4 - 8 \cdot x_1^2 + x_2 \leq 2 \\ & 32 \cdot x_1^3 - 4 \cdot x_1^4 - 88 \cdot x_1^2 + 96 \cdot x_1 + x_2 \leq 36 \\ & x_1 \in [0, 3] \\ & x_2 \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \end{aligned}$$

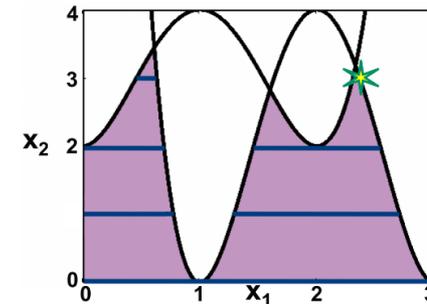


Abbildung: Beispiel für ein MINLP mit Optimallösung beim grünen Stern¹

¹ <http://wp.doc.ic.ac.uk/rmisener/project/global-optimisation-of-mixed-integer-nonlinear-programs>

Konsekutives Seminar

- Im anschließenden Wintersemester (2023/24) findet ein aufbauendes Seminar zum Querschnittsmodul LNS statt.
- Gegenstand des Seminars sind Bücher und/oder Publikationen, die forschungsrelevante Themen der gemischt-ganzzahligen linearen und gemischt-ganzzahligen nichtlinearen Optimierung vertiefen.
- Das Ziel des Seminars besteht darin ein vorgegebenes Thema auszuarbeiten und einen Vortrag mit Latex-Folien zu halten.