

Inhalt

Die Vorlesung Topologie befasst sich mit topologischen Räumen, also Mengen mit einem System ausgezeichneter Teilmengen, den *offenen Mengen*, und mit *stetigen Abbildungen* zwischen ihnen. Diese werden allerdings deutlich abstrakter und allgemeiner definiert als in der Analysis. Die Topologie spielt in vielen Gebieten der Mathematik eine wichtige Rolle.

Eine wichtige Motivation ist es, Formen oder Gebilde wie etwa Möbiusbänder, Knoten, Kleinsche Flaschen bis auf stetige Deformationen zu untersuchen. So unterscheidet die Topologie nicht zwischen einem Donut und einer Tasse mit einem Henkel und nicht zwischen einem Zylindermantel und einer Kugeloberfläche mit zwei Löchern.

Der erste Teil der Vorlesung beschäftigt sich systematisch mit topologischen Räumen und stetigen Abbildungen. Hier werden einerseits Konzepte wie Kompaktheit und Konvergenz von Folgen systematisiert und verallgemeinert, die in Spezialfällen schon in der Analysis behandelt wurden. Andererseits geht es darin um die systematische Konstruktion von topologischen Räumen, wie Produkte, Summen, Quotienten und Verkleben. Da dabei Konstruktionen mit Mengen eine wichtige Rolle spielen, wird dieser Teil der Vorlesung auch als *mengentheoretische Topologie* bezeichnet.

Im zweiten Teil der Vorlesung stellen wir einen Zusammenhang mit Strukturen aus der Algebra her und charakterisieren und unterscheiden topologische Räume mit Hilfe von Gruppen. Dies wird als *algebraische Topologie* bezeichnet, wenn auch nur ein sehr kleiner Teil der algebraischen Topologie in dieser Vorlesung behandelt werden kann. Der Zusammenhang zwischen topologischen und algebraischen Strukturen wird durch Kategorien und Funktoren beschrieben, die sich oft als nützlich erweisen, wenn zwei unterschiedliche Gebiete der Mathematik miteinander verbunden werden.

Organisatorisches

- Das Modul besteht aus der Vorlesung (4 SWS), den Präsenzübungen (2 SWS), den Hausaufgaben und den Tafelübungen (2 SWS).
- Teilnahme: Beitritt bei StudOn.
- Die erste Hälfte der Vorlesung + zugehörige Übungen kann als Modul Top mit 5 ECTS absolviert werden.
- Die gesamte Vorlesung + zugehörige Übungen kann auch als Modul HomTop mit 10 ECTS absolviert werden.
- Die volle Vorlesung + zugehörige Übungen kann für Lehramtsstudierende als Geometrie für das Lehramt (5 ECTS) + freies Wahlfach (5 ECTS) angerechnet werden nach Rücksprache mit der Studienberatung.
- Die erste Hälfte der Vorlesung + zugehörige Übungen kann für Lehramtsstudierende als Geometrie für das Lehramt (5 ECTS) angerechnet werden nach Rücksprache mit der Studienberatung.

Literatur

- G. Laures, M. Szymik: Grundkurs Topologie, Spektrum, 2009.
- T.-D. Bradley, T. Bryson, J. Terilla: Topology: A Categorical Approach, The MIT Press, 2020.
- B. v. Querenburg, Mengentheoretische Topologie, Springer, 2001.
- W. Fulton: Algebraic Topology: A First Course, Springer Graduate Texts 153, 2013.
- C. Meusburger, Vorlesungsskript Topologie,
<https://faubox.rrze.uni-erlangen.de/dl/fi58aN6vhfMSDdqCsZM5Xc7H/?inline>